

# A HIPPARKHOSZNAK TULAJDONÍTOTT VETÜLET REKONSTRUKCIÓJA

## *Reconstruction of the map projection attributed to Hipparchus*

**Pápay Gyula**

Universität Rostock, gyula.papay@uni-rostock.de

### Összefoglalás

*A Ptolemaiosz előtti időkből származó ókori források utalásokat tartalmaznak egy olyan világtérkép-vetületre, amelyben a meridiánok a pólus irányában összetartanak. Mivel egy ilyen, a szélességi körök hossztartóságát figyelembe vevő vetület konstrukciója trigonometriai ismereteket igényel, elkészítését hipotetikusán Hipparkhosznak lehet tulajdonítani. A tanulmány ennek a vetületnek két lehetséges változatú rekonstrukciójára tesz kísérletet.*

*Kulcsszavak: Hipparkhosz, vetületi rekonstrukció*

### Abstract

*Ancient sources from pre-Ptolemaic times contain references to a world map projection in which the meridians appear converging towards the pole. Since the construction of such a projection, (in which particular attention is paid to the scale invariance of the parallels), requires trigonometric knowledge, its creation is hypothetically attributed to Hipparchus. The article attempts to reconstruct this projection in two possible variations.*

*Keywords: Hipparchus, reconstruction of a map projection*

## 1. Bevezetés

A Klinghammer Istvánnal és Török Zsolttal közösen írt könyvünk „Kartográfiatörténet” címmel 1995-ben jelent meg. Ebben a tanulmánykötetben már kísérlet történt Hipparkhosz vetületének rekonstrukciójára (53. old.). Hipparkhosz (i.e. 160 körül–i.e. 125 körül) nem csak a csillagászat terén ért el jelentős eredményeket, hanem a kartográfia terén is, és szerepet játszhatott az elméleti kartográfia megalapozásában. Hatást gyakorolt Klaudiosz Ptolemaioszra is, aki i.sz. 150 körül írta meg tanulmányát a világtérkép szerkesztéséről. „Geographike hyphegesis” című művében három vetületet megszerkesztését írta le. Szerkesztési utasításában minden adat eredetét ill. levezetését megadta, egyetlen adat kivételével, amelynek pedig az első vetület megszerkesztésében alapvető jelentősége van. Ez a szélességi körök középpontjának a meghatározására vonatkozik. Nem derül ki ugyanis, hogy ennek a pontnak az egyenlítőhöz való 115 egységnyi távolságát milyen módon vezette le.

## 2. Hipparkhosz a források tükrében

Hipparkhosz (i.e. 160 körül–i.e. 125 körül), a jelentős görög csillagász kartográfiai vonatkozású tevékenységét csupán a korabeli források hivatkozásainak ill. utalásainak alapján

ismerjük. Ptolemaiosz Almageszt című csillagászati művében kb. százszor hivatkozik Hipparkhoszra (STÜCKELBERGER, ROHNER, Ergänzungsband, p. 125) ezzel szemben a „Geographike”-ben csupán kétszer (PTOLEMAIOS, 1.42, 1.74), de ezek a hivatkozások is csak a csillagászati alapon történő helymeghatározásra korlátozódnak. Sztrabón i.sz. 7 körül írt „Geographika” című munkája jóval több utalást tartalmaz Hipparkhosz kartográfiai vonatkozású felfogásáról (STRABÓN). Ezekből a következő megállapításokra lehet következtetni. Hipparkhosznak jelentős érdeme volt abban, hogy a csillagászatban használt fokhálózati rendszert a földi térképekre is alkalmazták. Nyilvánvaló, hogy a csillagászati módszer alapján nyert helymeghatározás eredményeit ebben a fokhálózati rendszerben kívánta ábrázolni. A forrásokban nincs adat arra, milyen vetületben ábrázolta a fokhálózatot, erre csak következtetni lehet. Sztrabón egy olyan vetület létezéséről is beszámol, amelyben a szélességi körök párhuzamos egyenes vonalak, a meridiánok viszont a pólus irányában konvergálnak (STRABÓN, 2.5.10). Jóval későbbi források ennek a vetületnek a megalkotását Hipparkhosznak tulajdonították (BERGER, p. 200). Ptolemaiosznak is ismernie kellett ezt a vetületet, mivel azért bírálta Türoszi Marinosz (i.sz. 100 körül) vetületét, mert abban a meridiánok párhuzamos vonalakként jelennek meg (1.20.3).

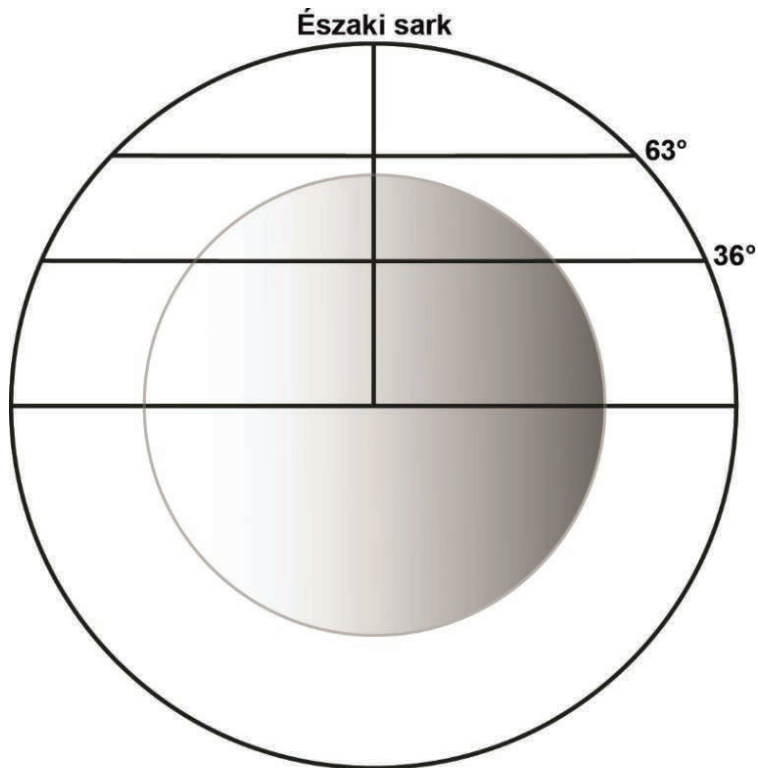
### 3. A Hipparkhosznak tulajdonított vetület szerkezete

A pólus felé konvergáló meridiánok alkalmazása feltételezi azt, hogy megszerkesztőjének ismerete volt arról, hogy milyen hosszúak az egyes szélességi körök az egyenlítő hosszúságához viszonyítva. Alfred Stückelberger, Gerd Grasshoff és Heiner Rohner szerint ezt Ptolemaiosz a koszinusz-függvénnyel számította ki (STÜCKELBERGER, GRASSHOFF, p.83; STÜCKELBERGER, A., ROHNER, p. 40). Ennek alapján a Rhodoszi szélességi kör a  $36^\circ$  koszinuszának arányában rövidül meg, amelynek az értéke 0,8090. A modern matematikai írásmód szerint ez igen egyszerűnek látszik, a korabeli írásmód azonban bonyolultabb volt. A szélességi körök egymáshoz való hosszúsági viszonyát már Marinosz is ismerte, és ezt feltehetően Hipparkhosztól vette át, aki először készített szinusz- ill. koszinusz táblázatot. Az elkészítés módszerének leírása elveszett ugyan, de Ptolemaiosz az „Almageszt”-ben ezt megadta (SAIN, p.255). Ebben a vonatkozásban felmerül a kérdés, hogy létezhetett-e egy jóval egyszerűbb módszer is a szélességi körök egymáshoz való viszonyának meghatározására?

A korabeli térképek lényeges közös tulajdonsága volt, hogy megszerkesztésükben a diafragmából indultak ki. A diafragma Dikaiarkhosz (kb. i.e. 236–i.e. 296) térképén a Rhodoszon áthaladó szélességi kör egyenes vonalú ábrázolása volt. A Rhodoszon áthaladó meridián a diafragmára merőleges vonalként jelent meg. Ezek a vonalak hossztartóak voltak. Ez azt jelentette, hogy a félgömb síkba fejtése nem vetítéssel történt, hanem a félgömb síkba lapításával. Ezt az eljárást Ptolemaiosz is használta. Első „vetületének” szerkesztése két egymásra merőleges vonallal kezdődik, az egyik az egyenlítő, a másik pedig a középmeridián. Ebben a szerkesztési fázisban az egyenlítő még hossztartó, a kész vetületben a rhodoszi szélességi kör lesz hossztartó. Ez azt jelenti, hogy Ptolemaiosz is egy síkba lapított félgömbből indult ki. Ezt szemlélteti az 1. ábra.

Ptolemaiosz a „nagykör” (mai terminológiával „főkör”) megnevezést különböző értelemben használta. Nagykörnek nevezte az egyenlítő és a meridiánok körét. Szerkesztési utasításaiiban azonban ezzel a fogalommal jelölte a földgömb transzformációjából eredő nagyobb kört is. A továbbiakban a „nagykör” elnevezést kizárólag ebben az értelmezésben használjuk. A nagykör lehetővé teszi azt, hogy a félgömb szélességi köreinek hosszúságát

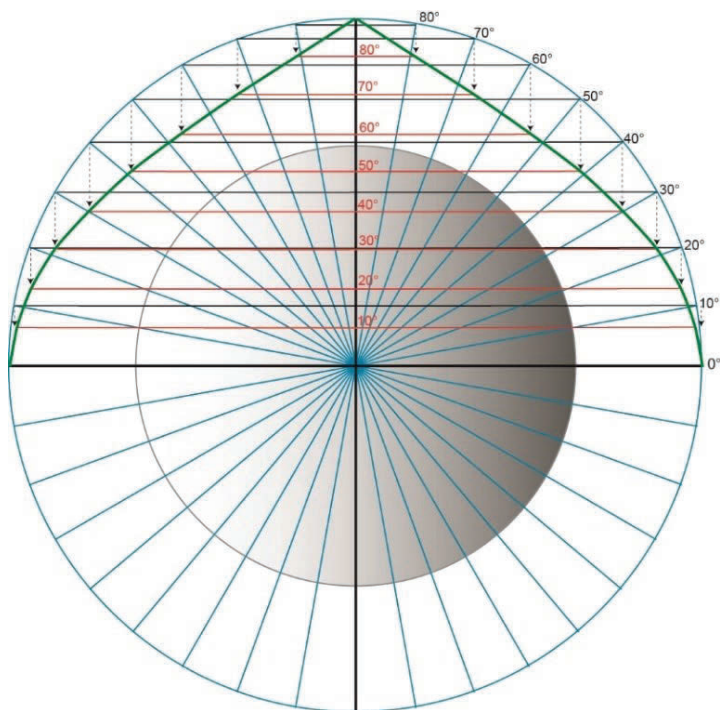
grafikai úton határozzuk meg. Ezt a 2. ábra szemlélteti. Ez a módszer nem található meg sem Hipparkhosz fragmentumaiban, sem pedig Ptolemaiosz leírásában. Az „Almagest” alapján nagyon valószínű, hogy Ptolemaiosz ezt ismerte. Feltehető az is, hogy ezt Hipparkhosztól vette át.



**e = egység, 0,5mm**

**Az egyenlítő hossza a földgömbön 360e,  
a lelapított félegyenlítő hossza 180e.**

**1. ábra** A glóbusz félgömbjének viszonya a lelapítással transzformált formájához



**2. ábra** A félgömb szélességi körei hosszúságának meghatározása

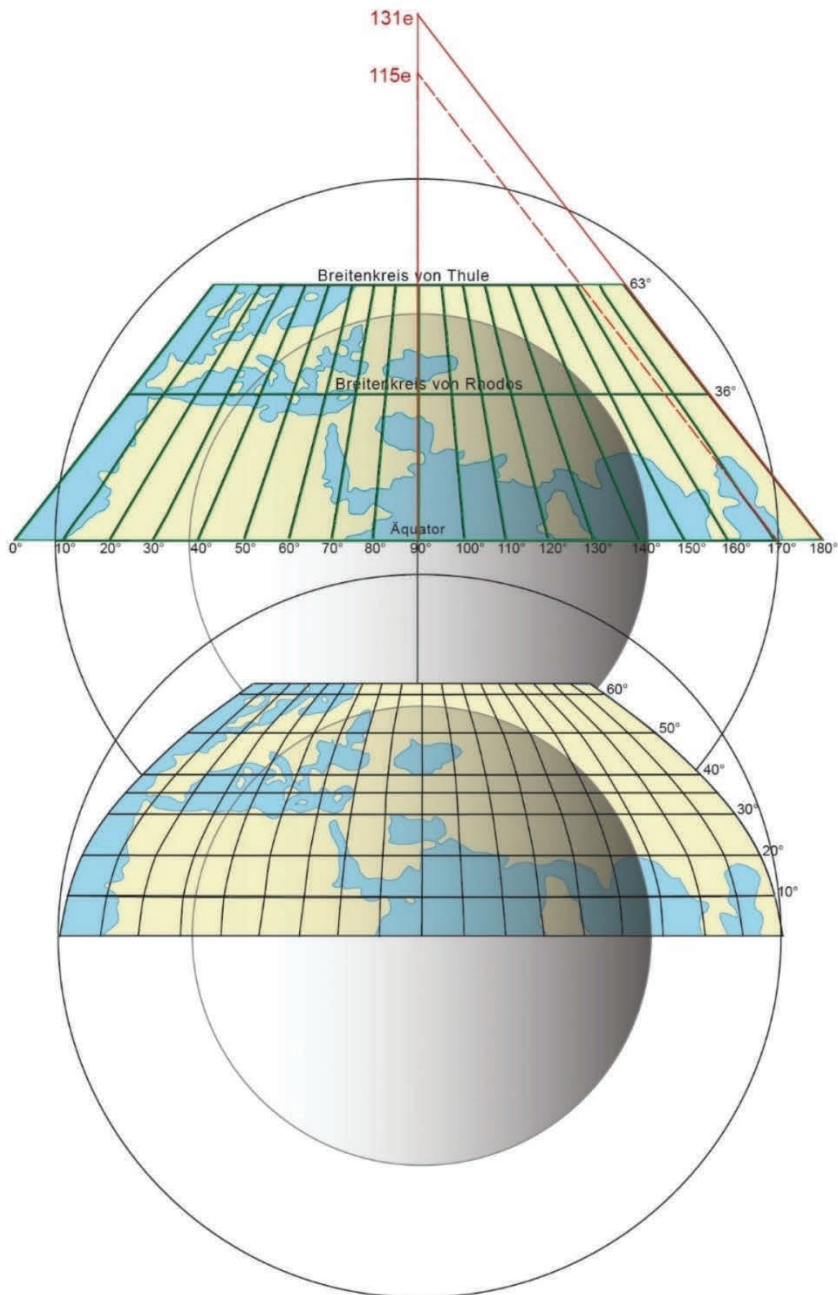
Az ábrán a piros vonalak a szélességi körök torzulásmentes hosszúságát ábrázolják. A kezdőmeridiánt és a  $180^\circ$ -os meridiánt zöld vonalak szemléltetik. Ezek tulajdonképpen szinuszgörbék.

A Hipparkhosznak tulajdonított vetület fokhálózatának szerkezetéről a források alapján csak annyit tudunk, hogy a meridiánok a pólus irányában konvergáltak. Arra vonatkozólag, hogy a meridiánok egyenes vagy görbe vonalak voltak-e, nincsen adat. Ezért ennek a vetületének a rekonstrukciójánál két lehetőség is van.

Az első változatnál a meridiánok egyenes vonalúak. Feltételezhető, hogy Hipparkhosz a meridiánok „kiegyenesítését” ugyanolyan megfontolások alapján hajtotta végre, mint Ptolemaiosz. A Rhodoszon áthaladó szélességi kört hossztartóan ábrázolta. Az egyenlítő és a Thulén áthaladó szélességi kör hosszúságának egymáshoz való viszonyát közel valóságosan kívánta ábrázolni, amit a 3. ábra szemléltet. Ehhez egy egyenest kellett húzni, amely az egyenlítő és a  $36^\circ$  szélességi kör végpontjait köti össze. Ez a vonal a meghosszabbított középméridiánt 115 egységnyi távolságban metszi az egyenlítőtől. A meridiánok konvergencia-pontja lehetett itt is. Valószínűbbnek tűnik azonban az, hogy a konvergencia-pontot az ezzel az egyenessel párhuzamos vonallal határozta meg, amely a rhodoszi szélességi kör végpontján halad át. Ez 131 egységnyire van az egyenlítőtől. A 3. ábra ezt az eljárást szemlélteti. Azt a korábbi feltételezésünket, hogy Ptolemaiosz a 115 egységnyi értéket a Hipparkhosznak tulajdonított vetületből vette át, nem tartjuk valószínűnek. A Stückerberger és H. Rohner erre egy igen bonyolult matematikai levezetést kreáltak (STÜCKERBERGER, A., ROHNER, H., p.41). Teljes biztonsággal megállapítható, hogy

Ptolemaiosz nem így járt el. Erre egy sokkal egyszerűbb grafikai módszer adódott. Ptolemaiosz egy olyan kört rajzolt az egyenes vonalú rhodoszi szélességi kör helyett, amely a nagykör középpontján, valamint a rhodoszi szélességi kör és a nagykör metszéspontján halad át. Ennek a körnek a sugara 115 egységnyi. Ptolemaiosz ezt a módszert alkalmazta a második vetületének megszerkesztésénél is, annyi különbséggel, hogy ott ezt Sziéne szélességi körére alkalmazta. Alfred Stückelberger és munkatársai 2006-ban még abból indultak ki, hogy Ptolemaiosz első két vetülete kúpvetület. Ennek a felfogásnak a kritikájára (PÁPAY 2005, p. 66) Stückelberger 2012-ben reagált és a korábbi felfogását módosította (STÜCKELBERGER 2012. p. 70, STÜCKELBERGER, ROHNER, 2012, p. 41, 45). A ptolemaioszi vetületek valódi jellegének meghatározása azonban akkor még nem volt ismeretes.

A Hipparkhosznak tulajdonított vetület rekonstrukciójának második változatában a meridiánok olyan görbék, amelyek a szélességi köröket hossztartóvá teszik. A kiindulási alapul ehhez az a 2. ábrán bemutatott módszer szolgál, amellyel a félgömb szélességi köreinek hosszúsága határozható meg. A kezdőmeridián egy szinuszgörbe, amely a középmeridián irányában fokozatosan kiegyenesedik és a  $180^\circ$ -nál újra szinuszgörbébe megy át. Ez a változat a csillagászati úton nyert helymeghatározások lokalizálására sokkal alkalmasabb volt, mint az első változat. Feltételezhető, hogy Hipparkhosz azért kritizálta Erathoszthenész (kb. i.e. 282–kb. i.e. 202) térképét, mert azon a szélességi körök nem voltak hossztartóak. Talán így értelmezhető Hipparkhosznak az a megjegyzése harmadik könyvében, hogy az ő munkája elsősorban nem földrajzi, hanem matematikai jellegű (STRABÓN, II. 1.41). Sztrabón Hipparkhosz kritikáját erősen bírálta, valószínűleg ebben szerepet játszhatott az is, hogy a trigonometriában kevésbé járatos Sztrabón, Hipparkhosz kritikáját nem minden esetben értelmezte helyesen.



**3. ábra** A Hipparkhosznak tulajdonított vetület rekonstrukciójának két változata a glóbusz és a nagykör vonatkozásában

## 4. A Hipparkhosznak tulajdonított vetület és Ptolemaiosz első vetületének jellege

Mind a két vetület egy lelapított félgömbből indul ki. A Hipparkhosznak tulajdonított és a ptolemaioszi vetület egyaránt transzformált ortografikus vetületek, módosításuk azonban különbözött egymástól. Félreértések elkerülése végett megjegyzendő, hogy Ptolemaiosz első vetületének megszerkesztésében nem szerepel a nagykör, hanem csak a második és harmadik vetület szerkesztési előírásaiban. Nem valószínű az, hogy Ptolemaiosz el akarta hallgatni, hogy milyen kapcsolatban van vetületének alapkoncepciója Hipparkhossszal, illetve a Hipparkhosznak tulajdonított vetülettel. Feltehetőleg azért nem szerepel a nagykör az első vetület leírásában, mert nem akarta annak megszerkesztését túl bonyolulttá tenni.

### Irodalomjegyzék

- BERGER, H., 1903. *Geschichte der wissenschaftlichen Erdkunde der Griechen*. Leipzig: Verlag von Veit & Comp.
- KLINGHAMMER I., PÁPAY GY., TÖRÖK ZS., 1995. *Kartográfia-történet*. A történetiség a térképészetben. A térképtudomány fejlődésének alapvonalai. A tematikus kartográfia fejlődése. Budapest: Eötvös Kiadó.
- PÁPAY, GY., 2005. Anwendung der Methoden der digitalen Bildbearbeitung zur Erforschung der Herausbildung der Kartennetzentwurfslehre in der Antike. *Abhandlungen der Arbeitsgemeinschaft Geschichte und EDV*, pp. 63-71. St. Katharinen: Scripta Mercaturae Verlag.
- SAIN, M., 1986. *Nincs királyi út! Matematikátörténet*. Budapest, Gondolat.
- STRABÓN, 1977. *Geographika*. Budapest, Gondolat.
- STÜCKELBERGER, A., GRASSHOFF, G. 2006. *Klaudios Ptolemaios. Handbuch der Geographie*. Griechisch – Deutsch. Basel: Schwabe Verlag.
- STÜCKELBERGER, A., 2012. Erfassung und Darstellung des geographischen Raumes bei Ptolemaios. Günzel, S., Nowak, L. (kiadók) *Karten Wissen. Territoriale Räume zwischen Bild und Diagramm*. Wiesbaden: Reichert Verlag, pp. 63-79.
- STÜCKELBERGER, A., ROHNER, H., 2012. Die mathematischen Voraussetzungen für die Weltkartenentwürfe des Ptolemaios. *Cartographica Helvetica: Fachzeitschrift für Kartengeschichte*, pp.39-45.