Görbültség és ferdültség

Új mérőszámok a vetületi alaktorzulások értékelésére

Kerkovits Krisztián

ELTE IK Térképtudományi és Geoinformatikai Tanszék

2017. december 14.

Hagyományos mérőszámok

- Háromféle torzulás: l hossztorzulás, τ területtorzulás és i szögtorzulás (dimenzió nélküli mennyiségek)

Emlékeztető

$$l = \frac{\mathrm{d}s'}{\mathrm{d}s} \qquad \tau = \frac{\mathrm{d}T'}{\mathrm{d}T} \qquad i = \frac{\operatorname{tg}\vartheta'}{\operatorname{tg}\vartheta}$$

Hagyományos mérőszámok

- Háromféle torzulás: l hossztorzulás, τ területtorzulás és i szögtorzulás (dimenzió nélküli mennyiségek)
- Tissot törvényei: a maximális és b minimális hossztorzulás

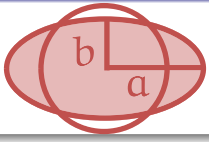
Emlékeztető

$$\tau = ab \qquad i = \frac{b}{a} \qquad l = \sqrt{a^2 \cos^2 \vartheta + b^2 \sin^2 \vartheta}$$

Hagyományos mérőszámok

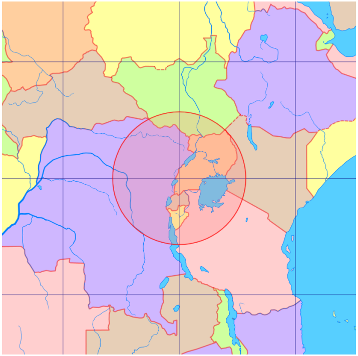
- Háromféle torzulás: l hossztorzulás, τ területtorzulás és i szögtorzulás (dimenzió nélküli mennyiségek)
- Tissot törvényei: a maximális és b minimális hossztorzulás
- A torzulási ellipszis

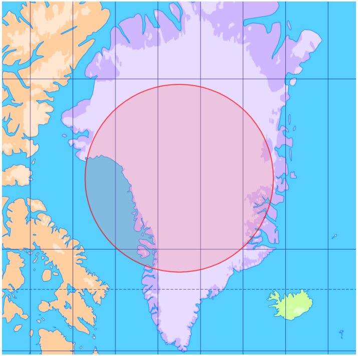
Emlékeztető



A probléma

Szögtartás = lokális alaktartás?





Görbültség és ferdültség

(Goldberg – Gott, 2007)

Görbültség és ferdültség

(GOLDBERG – GOTT, 2007)

- Görbültség:

$$\varkappa = \frac{\mathrm{d}\alpha'}{\mathrm{d}s} = \frac{1}{r'}$$

Görbültség és ferdültség

(GOLDBERG – GOTT, 2007)

- Görbültség:

$$\varkappa = \frac{\mathrm{d}\alpha'}{\mathrm{d}s} = \frac{l}{r'}$$

- Ferdültség:

$$\sigma = \frac{1}{l}\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}s}$$

Görbültség és ferdültség

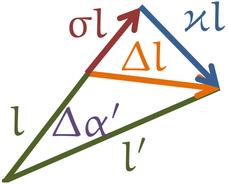
(Goldberg – Gott, 2007)

- Görbültség:

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} = \frac{l}{r'}$$

- Ferdültség:

$$\sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

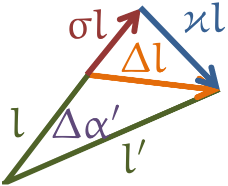


Görbültség és ferdültség

(Goldberg – Gott, 2007)

- Görbültség:

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} = \frac{l}{r'}$$



- Ferdültség:

$$\sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Skalár / távolság → Mértékegység!

Tulajdonságok

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns
- $\varkappa = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe egyenes

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns
- $\varkappa = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe egyenes
- $\varkappa = 1/R \Leftarrow$ Geod. vonal képe ekvidiszt. kör

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns
- $\varkappa = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe egyenes
- $\varkappa = 1/R \Leftarrow$ Geod. vonal képe ekvidiszt. kör
- Gnomonikus vetületben $\varkappa \equiv 0$

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns
- $\varkappa = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe egyenes
- $\varkappa = 1/R \Leftarrow$ Geod. vonal képe ekvidiszt. kör
- Gnomonikus vetületben $\varkappa \equiv 0$
- $\nexists$ vetület: $\sigma \equiv 0$ (méretarány-függetlenség)

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha + \pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha + \pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns
- $\varkappa = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe egyenes
- $\varkappa = 1/R \Leftarrow$ Geod. vonal képe ekvidiszt. kör
- Gnomonikus vetületben $\varkappa \equiv 0$
- $\nexists$ vetület: $\sigma \equiv 0$ (méretarány-függetlenség)
- Szögtartó vetületekben $\varkappa^2 + \sigma^2 = \mathrm{const.}$

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Tulajdonságok

- $\varkappa(\alpha) = -\varkappa(\alpha+\pi)$ és $\sigma(\alpha) = -\sigma(\alpha+\pi)$
- $\sigma = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe ekvidisztáns
- $\varkappa = 0 \Leftrightarrow$ Geodéziai vonal képe egyenes
- $\varkappa = 1/R \Leftarrow$ Geod. vonal képe ekvidiszt. kör
- Gnomonikus vetületben $\varkappa \equiv 0$
- $\nexists$ vetület: $\sigma \equiv 0$ (méretarány-függetlenség)
- Szögtartó vetületekben $\varkappa^2 + \sigma^2 = \text{const.}$
- Szögtartó vetületekben $\oint \varkappa^2 \, d\alpha = \oint \sigma^2 \, d\alpha$

Emlékeztető

$$\varkappa = \frac{d\alpha'}{ds} \qquad \sigma = \frac{1}{l}\frac{dl}{ds}$$

Torzultság

Torzultság

$\text{Átlag} = 0$

Torzultság

$$\text{Átlag} = 0$$
$$\text{Szórás} = \text{négyzetes átlag}$$

Torzultság

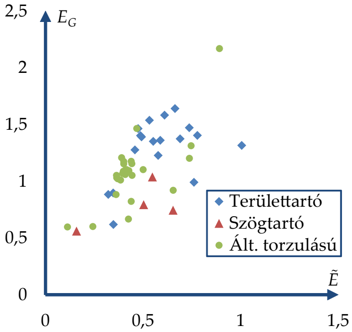
Átlag = 0
Szórás = négyzetes átlag

$$E_\varkappa = \sqrt{\frac{1}{2\pi T}\iint_T \oint \varkappa^2 \, d\alpha \, dT}$$

$$E_\sigma = \sqrt{\frac{1}{2\pi T}\iint_T \oint \sigma^2 \, d\alpha \, dT}$$

$$E_G = \sqrt{\frac{E_\varkappa^2 + E_\sigma^2}{2}}$$

Összehasonlítás



Emlékeztető

$$E = \sqrt{\frac{1}{T}\iint_T \frac{1}{2}\left(\ln^2 ab + \ln^2 \frac{a}{b}\right) dT}$$

Ábrázolás

Ábrázolás

Hossztorzulás: Vonalhossz

$$s' = 2lq$$

Ábrázolás

Hossztorzulás: Vonalhossz

$$s' = 2lq$$

Görbültség: Geodéziai vonal simulóköre

$$r' = \frac{l}{\varkappa}$$

Ábrázolás

Hossztorzulás: Vonalhossz

$$s' = 2lq$$

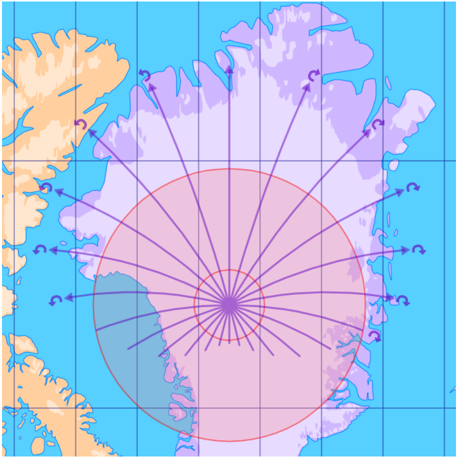
Görbültség: Geodéziai vonal simulóköre

$$r' = \frac{l}{\varkappa}$$

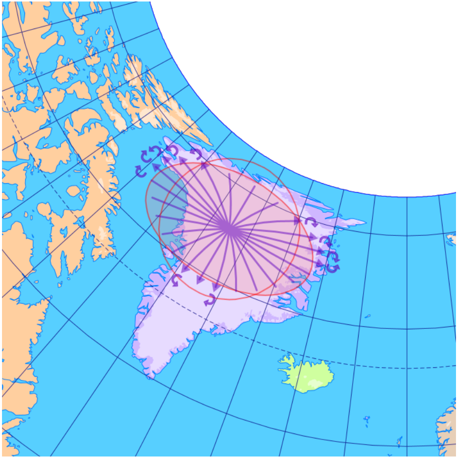
Ferdültség: Eltolás

$$\Delta s' = l\sigma\frac{q^2}{2}$$

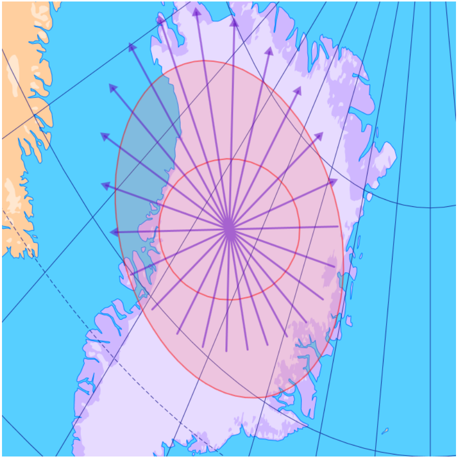
Néhány példa



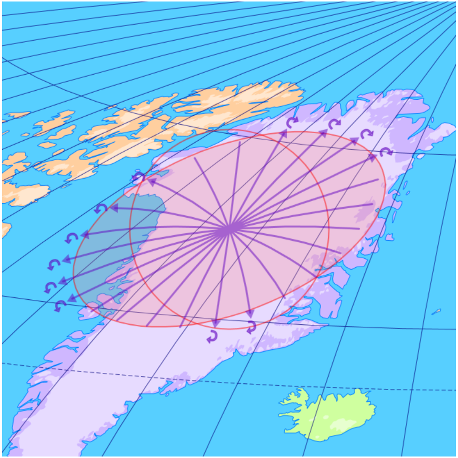
Néhány példa



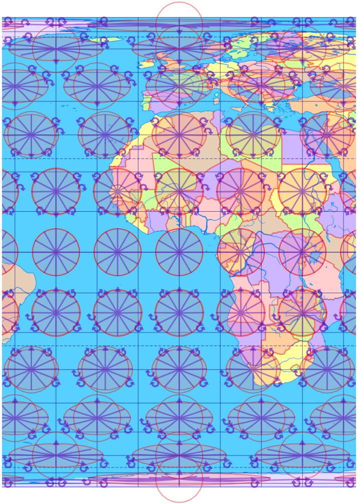
Néhány példa

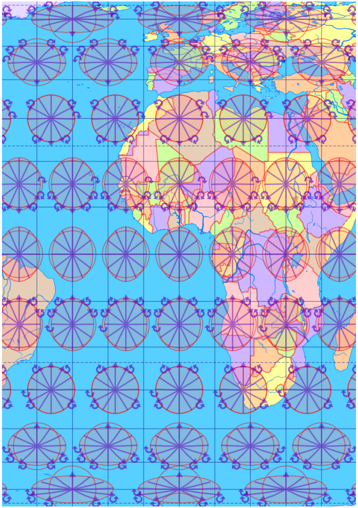


Néhány példa

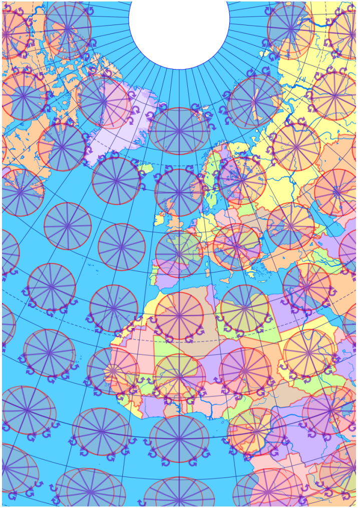


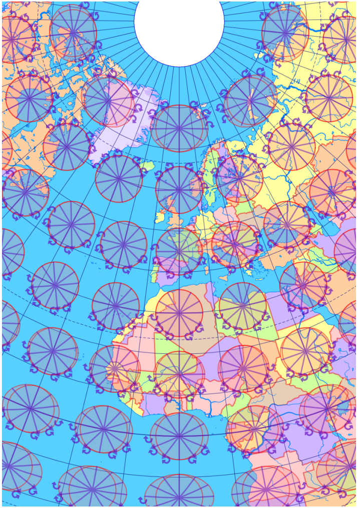
Lokális alaktartás — Hengervetületek



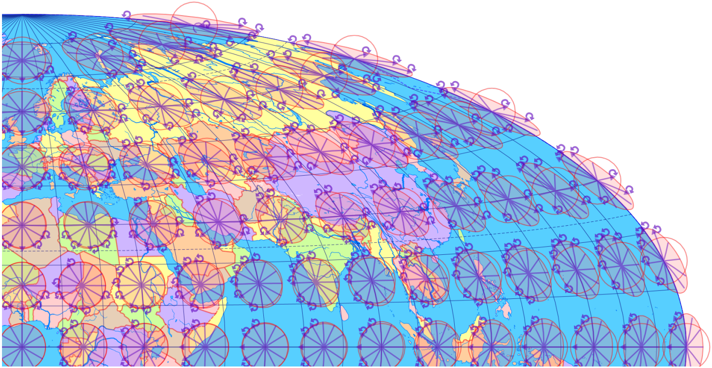


Lokális alaktartás — Kúpvetületek





Képzetes vetületek



Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége

Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége
- Görbültség és ferdültség hely- és irányfüggő

Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége
- Görbültség és ferdültség hely- és irányfüggő
- Mértékegységük van

Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége
- Görbültség és ferdültség hely- és irányfüggő
- Mértékegységük van
- Kicsinyítésre / nagyításra invariánsak

Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége
- Görbültség és ferdültség hely- és irányfüggő
- Mértékegységük van
- Kicsinyítésre / nagyításra invariánsak
- Laza összefüggés a hagyományos mérőszámokkal

Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége
- Görbültség és ferdültség hely- és irányfüggő
- Mértékegységük van
- Kicsinyítésre / nagyításra invariánsak
- Laza összefüggés a hagyományos mérőszámokkal
- Ábrázolhatók az alakváltozási indikátrixszal

Összefoglalás

- A vetület nem affin transzformációk összessége
- Görbültség és ferdültség hely- és irányfüggő
- Mértékegységük van
- Kicsinyítésre / nagyításra invariánsak
- Laza összefüggés a hagyományos mérőszámokkal
- Ábrázolhatók az alakváltozási indikátrixszal
- Szigorúbban definiálható torzulásmentesség